

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____ В.П. Гарькин
« ____ » _____ 2015г.

ПРОГРАММА КОМПЛЕКСНОГО ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
«АЛГЕБРА»

Направление подготовки 01.04.01 Математика

Магистерская программа
«Алгебра»

Форма обучения
Очная

Самара
2015

Аннотация программы

Программа включает в себя основные вопросы базовых математических дисциплин. В каждой из них выделены базовые понятия и методы, которые являются важными для освоения методологии преподавания математики и информатики. Ключевые вопросы в каждом блоке вопросов предполагают владение теоретическим материалом и должны сопровождаться практическими примерами и иллюстрироваться решением задач на основе излагаемой теории.

Научный руководитель программы

Панов А. Н.

Составитель программы

Севостьянова В.В.

Тема 1. Теория определителей. Понятие определителя n -го порядка. Свойства определителя. Формулы Крамера. Понятие ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы и следствия из нее. Методы вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Понятие фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений общего вида в векторной форме. Обращение матрицы (единственность и существование). Методы построения обратной матрицы.

Тема 2. Кольца и поля. Понятие кольца и поля. Построение поля комплексных чисел. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме записи. Извлечение квадратных корней и корней n -ой степени из компл. чисел.

Тема 3. Алгебра многочленов. Наибольший делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых множителей.

Тема 4. Теория линейных операторов. Линейные (векторные) пространства, подпространства. Понятие базиса и размерности. Сопряженное (двойственное) линейное пространство. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Критерий диагонализируемости оператора. Теорема о жордановой форме матрицы.

Тема 5. Билинейные и квадратичные формы. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к диагональному виду. Теорема инерции вещественных квадратичных форм. Критерий Сильвестра положительной определенности вещественной квадратичной формы.

Тема 6. Евклидовы и унитарные(эрмитовы) пространства. Свойства нормы и скалярного произведения. Ортогонализация базиса.

Тема 7. Теория групп. Понятие группы, подгруппы. Теорема Лагранжа. Нормальный делитель и факторгруппа. Теорема о гомоморфизме в теории групп.

Тема 8. Коммутативные кольца. Идеалы и факторкольца коммутативных колец. Кольца и поля вычетов. Теорема о гомоморфизме в теории колец.

Тема 9. Расширения полей. Конструкция простого расширения поля. Классификация конечных полей. Кольцо целых в алгебраическом расширении.

Тема 10. Теория представлений групп. Теорема Машке о полной приводимости представления конечной группы.

Тема 11. Абелевы группы. Классификация конечно порожденных абелевых групп.

Вопросы к собеседованию (для абитуриентов, поступающих на места, финансируемые из средств федерального бюджета и имеющих диплом бакалавра по направлению, соответствующему направлению магистерской подготовки или диплом специалиста, соответствующий профилю магистерской подготовки, а также для абитуриентов, поступающих на места по договорам с оплатой стоимости обучения):

1. Понятие определителя n -го порядка. Свойства определителя. Формулы Крамера
2. Понятие ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы и следствия из нее. Методы вычисления ранга матрицы.
3. Теорема Кронекера-Капелли. Понятие фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений общего вида в векторной форме.
4. Обратная матрица (единственность и существование). Методы построения обратной матрицы.
5. Понятие кольца и поля. Построение поля комплексных чисел. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме записи. Извлечение квадратных корней и корней n -ой степени из компл. чисел.
6. Наибольший делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида.
7. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых множителей.
8. Линейные (векторные) пространства, подпространства. Понятие базиса и размерности. Сопряженное (двойственное) линейное пространство.
9. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Критерий диагонализируемости оператора.
10. Теорема о жордановой форме матрицы.
11. Билинейные и квадратичные формы. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к диагональному виду. Теорема инерции

вещественных квадратичных форм. Критерий Сильвестра положительной определенности вещественной квадратичной формы.

12. Евклидовы и унитарные (эрмитовы) пространства. Свойства нормы и скалярного произведения. Ортогонализация базиса.
13. Понятие группы, подгруппы. Теорема Лагранжа. Нормальный делитель и факторгруппа. Теорема о гомоморфизме в теории групп.
14. Идеалы и факторкольца коммутативных колец. Кольца и поля вычетов. Теорема о гомоморфизме в теории колец.
15. Конструкция простого расширения поля. Классификация конечных полей.
16. Кольцо целых в алгебраическом расширении.
17. Теорема Машке о полной приводимости представления конечной группы
18. Классификация конечно порожденных абелевых групп.

Вопросы к экзамену (для абитуриентов, поступающих на места, финансируемые из средств федерального бюджета и имеющих диплом бакалавра по направлению, не соответствующему направлению магистерской подготовки или имеющих диплом специалиста, не соответствующий профилю магистерской подготовки):

1. Понятие определителя n -го порядка. Свойства определителя. Формулы Крамера

2. Понятие ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы и следствия из нее. Методы вычисления ранга матрицы.

3. Теорема Кронекера-Капелли. Понятие фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений общего вида в векторной форме.

4. Обратная матрица (единственность и существование). Методы построения обратной матрицы.

5. Понятие кольца и поля. Построение поля комплексных чисел. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме записи. Извлечение квадратных корней и корней n -ой степени из компл. чисел.

6. Наибольший делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида.

7. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых множителей.

8. Линейные (векторные) пространства, подпространства. Понятие базиса и размерности. Сопряженное (двойственное) линейное пространство.

9. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Критерий диагонализируемости оператора.

10. Теорема о жордановой форме матрицы.

11. Билинейные и квадратичные формы. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к диагональному виду. Теорема инерции вещественных квадратичных форм. Критерий Сильвестра положительной определенности вещественной квадратичной формы.

12. Евклидовы и унитарные (эрмитовы) пространства. Свойства нормы и скалярного произведения. Ортогонализация базиса.

Список литературы

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, Москва, 1968.
2. Винберг Э.Б. Курс алгебры, Москва, 2001
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры, Москва, 2000
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра, Москва, 2000
5. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры, Москва, 2000
6. Ленг С. Курс алгебры, Москва, 1968.