

Министерство образования и науки РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Самарский государственный университет»
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
_____ А.Ф.Крутов
« ____ » _____ 2011 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Алгебраические группы»

(ОД.А.03; цикл ОД.А.00 «Специальные дисциплины научной специальности»
основной образовательной программы подготовки аспиранта
по отрасли 01.00.00 - Физико-математические науки,
специальность 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

Самара 2011

Рабочая программа составлена на основании паспорта научной специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел в соответствии с Программой-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел» по физико-математическим наукам, утвержденной приказом Министерства образования и науки РФ № 274 от 08.10.2007 г., и учебным планом СамГУ по основной образовательной программе аспирантской подготовки.

Составители рабочей программы: Панов Александр Николаевич, профессор, доктор физико-математических наук, Воскресенский Валентин Евгеньевич, профессор, доктор физико-математических наук.

Рабочая программа утверждена на заседании ученого совета механико-математического факультета протокол № 1 от 31.08.2011 г.

Председатель ученого совета

«__» _____ 2011 г.

(подпись)

С.Я.Новиков

СОГЛАСОВАНО:

Начальник
отдела послевузовского
профессионального образования
«__» _____ 2011 г.

(подпись)

Л.А.Круглова

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе, требования к уровню освоения содержания дисциплины

1.1. Цели и задачи изучения дисциплины

Цель дисциплины – познакомить студентов с основами теории алгебраических групп над полями действительных и комплексных чисел, обсудить строение разрешимых, коммутативных и редуктивных алгебраических групп.

Задачами освоения дисциплины «Алгебраические группы» являются:

- 1) построить разложение Жордана для алгебраической группы и ее алгебры Ли;
- 2) дать представление о структуре касательной алгебре к линейной алгебраической группе;
- 3) познакомить с важнейшими теоремами из теории алгебраических групп;
- 4) изучить строение алгебраических факторов по действиям редуктивных групп.

1.2. Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данной дисциплины

В результате освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Иметь представление:

- 1) о значении теории алгебраических групп, их месте в системе разделов классической и современной математики;
- 2) об некоторых основных аспектах классической теории инвариантов.

Знать:

- 1) базовую терминологию, относящуюся к теории алгебраических групп и алгебр Ли,
- 2) теоремы Энгеля, Шевалле, Бореля, Ли для алгебраических групп, теорему о существовании точного линейного представления;
- 3) разложение Жордана в алгебраической группе и ее касательной алгебре;
- 4) формулировки основных теорем курса и приложения к решению практических задач.

Уметь:

- 1) применять основные понятия и теоремы дисциплины при решении как алгебраических задач, так и задач смежных дисциплин;
- 2) проводить доказательства основных теорем курса;
- 3) проводить конкретные вычисления.

Быть способным:

- 1) приводить примеры, иллюстрирующие теорию;
- 2) проводить исследования по структурным вопросам конкретных алгебраических групп.

1.3. Связь с предшествующими дисциплинами

Дисциплина «Алгебраические группы» входит в цикл специальных дисциплин научной специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел». Фундаментом для изучения дисциплины являются знания, полученные при изучении профессиональных дисциплин «Алгебра», «Линейная алгебра и геометрия», «Дифференциальная геометрия и топология» и

«Функциональный анализ». Также для изучения дисциплины необходимы знания, полученные при изучении специальной дисциплины «Основы алгебраической геометрии».

1.4. Связь с последующими дисциплинами

Понятия и факты, изученные в курсе «Алгебраические группы», а также методы, изучаемые и используемые в дисциплине, находят дальнейшее применение в специальных курсах по теории представлений групп Ли, алгебраической теории чисел, гомологической алгебре и теории пучков. Знания и навыки, полученные аспирантами при изучении данного курса, необходимы при подготовке и написании диссертации по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

2. Содержание дисциплины.

2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы.

Объем дисциплины и виды учебной работы (в часах и зачетных единицах)

Форма обучения (вид отчетности)

1-3 годы аспирантуры; вид отчетности – экзамен кандидатского минимума.

Вид учебной работы	Объем часов / зачетных единиц
Трудоемкость изучения дисциплины	36/1
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)	4
в том числе:	
лекции	2
семинары	0
практические занятия	2
Самостоятельная работа аспиранта (всего)	32
в том числе:	
Подготовка к практическим занятиям	4
Изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку	28

2.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Название раздела дисциплины	Объем часов / зачетных единиц			
		лекции	семинары	практические занятия	самостоят. работа
1	Исходные понятия	0	0	0	8
2	Коммутативные и разрешимые алгебраические группы	2	0	0	8
3	Касательная алгебра	0	0	0	8
4	Факторы по действиям линейных алгебраических групп	0	0	2	8
	<i>Итого</i>	2	0	2	32

2.3. Лекционный курс

Коммутативные и разрешимые алгебраические группы

2.4. Практические (семинарские) занятия: по темам:

Факторы по действиям линейных алгебраических групп

2.5. Содержание курса.

Тема 1. Исходные понятия.

Основные определения. Связные компоненты, центр и гомоморфные образы. Примеры алгебраических групп. Комплексные и вещественные алгебраические группы. Некоторые теоремы о подгруппах и гомоморфизмах алгебраических групп. Действия алгебраических групп. Орбиты действия алгебраической группы. Существование точного линейного представления. Действие группы на группу. Полупрямые произведения. Многообразие смежных классов и факторгруппа.

Тема 2. Коммутативные и разрешимые алгебраические группы.

Разложение Жордана линейного оператора. Коммутативные унитарные алгебраические линейные группы. Алгебраические торы. Разложение Жордана в алгебраической группе. Коммутативные алгебраические группы. Теорема Бореля. Расщепление разрешимой алгебраической группы. Полупростые элементы разрешимой алгебраической группы. Борелевские подгруппы.

Тема 3. Касательная алгебра.

Связность неприводимых комплексных алгебраических групп. Рациональная структура на касательной алгебре тора. Алгебраические подалгебры. Теорема Энгеля. Унитарные алгебраические линейные группы. Разложение Жордана в касательной алгебре алгебраической группы. Касательная алгебра вещественной алгебраической группы.

Тема 4. Факторы по действиям линейных алгебраических групп.

Редуктивные группы. Теорема конечности кольца инвариантов действия редуктивной группы. Понятие алгебраического фактора. Свойства универсальности, замкнутости, разделения для

алгебраических факторов. Разделение орбит инвариантами. Геометрические факторы. Алгебраический фактор для конечных алгебраических групп.

3. Организация текущего и промежуточного контроля обучения.

3.1. Контрольные работы – не предусмотрены.

3.2. Список вопросов для промежуточного тестирования – не предусмотрено.

3.3. Самостоятельная работа

3.3.1. Поддержка самостоятельной работы (сборники тестов, задач, упражнений и др.)

1. Винберг Э.Б., Онищик А.Л. Семинар по группам Ли и алгебраическим группам. М.: УРСС, 1995. (*Задачи в конце глав*)
2. Хамфри Дж. Линейные алгебраические группы. М., Наука, 1980. (*Задачи в конце глав*)
3. J.S. Milne. Algebraic Groups, Lie Groups, and their Arithmetic Subgroups - <http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/ala.html>
4. Полнотекстовые базы данных и ресурсы, доступ к которым обеспечен из кампусной сети СамГУ (сайт научной библиотеки СамГУ, URL: <http://weblib.samsu.ru/level23.html>):

- [Издания Самарского государственного университета](#)
- [Полнотекстовая БД диссертаций РГБ](#)
- [Научная электронная библиотека РФФИ \(Elibrary\)](#)
- [Университетская библиотека ONLINE](#)
- [Университетская информационная система Россия](#)
- [ЭБС «БиблиоТЕХ»](#)
- [Коллекция журналов издательства Оксфордского университета](#)
- [Словари и справочники издательства Оксфордского университета](#)
- [Реферативный журнал ВИНТИ](#)
- [Полнотекстовые статьи из коллекции журналов по математике Научной электронной библиотеки РФФИ \(E-library\) , к которым имеется доступ в сети Интернет: «доклады РАН»; «Известия РАН»; «Прикладная математика и механика»; «Прикладная механика и техническая физика»; «Математические заметки»; «Математический сборник»; «Успехи математических наук» «Журнал вычислительной математики и математической физики»; «Теоретическая и математическая физика»; «Вестник Самарского государственного университета. Серия естественные науки»; «Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки»; «Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика»; «Труды Математического института им. В.А.Стеклова РАН».](#)
- доступ к полнотекстовым материалам БД SpringerLink (Шпрингер) и издательств ELSEVIER (Эльзевир), Cambridge University Press, а также коллекции журналов

электронной библиотеки РФФИ. Перечисленные базы данных содержат полные тексты статей журналов: Journal of Algebra, Advances in Mathematics, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society и др.

3.3.2. Тематика рефератов

Написание рефератов по курсу не предусмотрено.

3.4. Итоговый контроль проводится в виде экзамена кандидатского минимума.

4. Технические средства обучения и контроля, использование ЭВМ (*Перечень обучающих, контролирующих и расчетных программ, диафильмов, слайдфильмов, кино- и телефильмов*).

Программы пакета Microsoft Office, BSD, пакет символьных вычислений Maple, пакет символьных вычислений Mathematica, пакет символьных вычислений MathCad, Maxima-5.11, издательская система LaTeX.

Сайт научной библиотеки СамГУ, с доступом к электронному каталогу и полнотекстовым базам данных – URL: <http://weblib.samsu.ru/level23.html>

5. Активные методы обучения (деловые игры, научные проекты) - не предусмотрены.

6. Материальное обеспечение дисциплины (*Современные приборы, установки (стенды), необходимость специализированных лабораторий и классов*)

- Компьютерные классы, оснащенные компьютерами класса Pentium 4 с выходом в Интернет и в локальную сеть Самарского государственного университета, а также принтеры, сканеры и ксероксы.

7. Литература

7.1. Основная (одновременно изучают дисциплину 10 человек).

1. Воскресенский В.Е. Бирациональная геометрия линейных алгебраических групп, М.: МЦНМО, 2009.
2. Воскресенский В.Е. Бирациональная геометрия и арифметика линейных алгебраических групп // Вестник СамГУ, 1997, № 2, стр. 18 – 98. Доступно по ссылке: <http://vestnik.ssu.samara.ru/est/content/math.html>
3. Воскресенский В.Е. Бирациональная геометрия и арифметика линейных алгебраических групп // Вестник СамГУ, 1997, № 4, стр. 5 – 68. Доступно по ссылке: <http://vestnik.ssu.samara.ru/est/content/math.html>

4. Винберг Э.Б., Онищик А.Л. Семинар по группам Ли и алгебраическим группам. М.: УРСС, 1995.
5. В.М. Бухштабер, Т.Е.Панов. Торические действия в топологии и комбинаторике. Издательство МЦНМО, Москва, 2004.

7.2. Дополнительная литература

1. Борель А. Линейные алгебраические группы. М.: Мир, 1972.
2. Хамфри Дж. Линейные алгебраические группы. М., Наука, 1980.
3. J.S. Milne. Algebraic Groups, Lie Groups, and their Arithmetic Subgroups - <http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/ala.html>

5.3. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины для организации самостоятельной работы студентов.

1. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>
2. Лекционные курсы НОЦ МИ им. В.А. Стеклова РАН, см. <http://www.mi.ras.ru/>.
3. Материалы курсов Независимого московского университета, см. <http://www.mccme.ru/>.
4. Свободно распространяемые издания Московского центра непрерывного математического образования, см. <http://www.mccme.ru/free-books>.
5. Сайт института им. Л.Эйлера в Санкт-Петербурге <http://lib.lenin.ru/index>
6. Интернет-портал препринтов по математике <http://front.math.ucdavis.edu/math>

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ В РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ

за _____ / _____ учебный год

В рабочую программу курса ОД.А.03, «Алгебраические группы», цикл ОД.А.00 «Обязательные дисциплины» основной образовательной программы подготовки аспиранта по отрасли Физико-математические науки, специальность 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел, вносятся следующие дополнения и изменения: