

Министерство образования и науки РФ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Самарский государственный университет»  
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по научной работе  
\_\_\_\_\_ А.Ф.Крутов  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2011 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### **«Интегрируемые системы»**

(ОД.А.08; цикл ОД.А.00 «Дисциплины по выбору аспиранта»  
основной образовательной программы подготовки аспиранта  
по отрасли 01.00.00 - Физико-математические науки,  
специальность 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

Рабочая программа составлена на основании паспорта научной специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел в соответствии с Программой-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел» по физико-математическим наукам, утвержденной приказом Министерства образования и науки РФ № 274 от 08.10.2007 г., и учебным планом СамГУ по основной образовательной программе аспирантской подготовки.

Составители рабочей программы: Панов Александр Николаевич, профессор, доктор физико-математических наук.

Рабочая программа утверждена на заседании ученого совета механико-математического факультета протокол № 1 от 31.08.2011 г.

Председатель ученого совета

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2011 г.

\_\_\_\_\_

(подпись)

С.Я.Новиков

СОГЛАСОВАНО:

Начальник  
отдела послевузовского  
профессионального образования

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2011 г.

\_\_\_\_\_

(подпись)

Л.А.Круглова

# 1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе, требования к уровню освоения содержания дисциплины

## 1.1. Цели и задачи изучения дисциплины

**Цель курса** – изучить теорию пуассоновых многообразий и гамильтоновых систем. Полученные знания помогут пониманию классической и квантовой механики, теории представлений групп, статистической физики.

**Задачами освоения дисциплины «Интегрируемые системы» являются:**

- познакомить студентов с алгебраическими методами интегрирования гамильтоновых систем,
- познакомить студентов с приложениями теории групп и алгебр Ли к решению задач классической механики.

## 1.2. Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данной дисциплины

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен

**Иметь представление:**

- о методах построения инволютивных систем функций,
- об использовании геометрии коприсоединенных орбит в задачах теории представлений групп Ли,
- о применении теории групп и алгебр Ли в решении задач классической и квантовой механики.

**Знать:**

- основные положения теории гамильтоновых систем,
- классификацию коприсоединенных орбит групп Ли малой размерности,
- основные положения метода орбит.

**Уметь:**

- строить неприводимое представление по заданной коприсоединенной орбите,
- строить инволютивное семейство функций методами, изложенными в курсе,
- классифицировать коприсоединенные орбиты заданной группы Ли.

**Быть способным:**

- применять теорию пуассоновых многообразий для решения задач теории представлений групп и для решения задач классической механики,
- исследовать связь теории представлений групп и геометрии пространства орбит.

## 1.3. Связь с предшествующими дисциплинами

Дисциплина «Интегрируемые системы» входит в цикл дисциплин по выбору аспиранта научной специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел». Фундаментом для изучения дисциплины являются знания основных понятий теории групп и алгебр Ли, основные теоремы о соответствии между категориями групп и алгебр Ли, а также знания по линейной алгебре.

## 1.4. Связь с последующими дисциплинами

Понятия и факты, полученные при изучении курса «Интегрируемые системы», а также методы, изучаемые и используемые в дисциплине, помогут пониманию связи классической и квантовой механики, научат методам интегрирования дифференциальных уравнений, методам классификации неприводимых представлений. Знания и навыки, полученные аспирантами при изучении данного курса, необходимы при подготовке и написании диссертации по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

## 2. Содержание дисциплины.

### 2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы (в часах и зачетных единицах)

Форма обучения (вид отчетности)

1-3 годы аспирантуры; вид отчетности – экзамен кандидатского минимума.

Вид учебной работы	Объем часов / зачетных единиц
<b>Трудоемкость изучения дисциплины</b>	72/2
<b>Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)</b>	4
в том числе:	
лекции	2
семинары	0
практические занятия	2
<b>Самостоятельная работа аспиранта (всего)</b>	68
в том числе:	
Подготовка к практическим занятиям	10
Изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку	58

## 2.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Название раздела дисциплины	Объем часов / зачетных единиц			
		лекции	семинары	практические занятия	самостоят. работа
1	Пуассоновы многообразия и гамильтоновы векторные поля	2	0	2	16
2	Линейные скобки Пуассона и алгебры Ли	0	0	0	18
3	Инволютивные системы функций	0	0	0	18
4	Метод орбит и теория представлений групп Ли	0	0	0	18
	<i>Итого</i>	2	0	2	68

## 2.3. Лекционный курс

Пуассоновы многообразия и гамильтоновы векторные поля

## 2.4. Практические (семинарские) занятия: по темам:

Пуассоновы многообразия и гамильтоновы векторные поля

## 2.5. Содержание курса.

### Тема 1. Пуассоновы многообразия и гамильтоновы векторные поля

Понятие скобки Пуассона и пуассонова многообразия. Скобка Пуассона в локальных координатах. Векторное поле косого градиента. Гамильтоновы векторные поля. Понятие симплектического листа. Теорема о разложении пуассонова многообразия на симплектические листы. Примеры. Различные подходы к определению симплектического многообразия. Теорема Дарбу о локальном виде скобки Пуассона на симплектическом многообразии. Функции Казимира.

### Тема 2. Линейные скобки Пуассона и алгебры Ли

Теорема о совпадении симплектических листов линейных скобок Пуассона и коприсоединенных орбит алгебры Ли. Метод классификации коприсоединенных орбит матричных алгебр Ли. Отображение момента и теорема Кириллова-Костанта-Сурьо.

### **Тема 3. Инволютивные системы функций**

Теорема Лиувилля о полной интегрируемости поля косоградиента, допускающего максимальный набор функций в инволюции. Различные методы построения инволютивных систем функций: метод сдвига аргумента, метод сжатия. Теорема Мищенко-Фоменко о полной интегрируемости уравнения Эйлера на полупростой алгебре Ли. Системы с одной и двумя степенями свободы. Классические R-матрицы и двойные алгебры Ли. Классическое уравнение Янга-Бакстера. Метод нахождения решений классического уравнения Янга-Бакстера. Теорема Адлера-Костанта. Полная интегрируемость цепочек Тоды. Интегрирование цепочек Тоды на некоторых классах коприсоединенных орбит.

### **Тема 4. Метод орбит и теория представлений групп Ли**

Конструкция построения неприводимого представления по коприсоединенной орбите группы Ли. Соответствие между коприсоединенными орбитами и неприводимыми представлениями. Классификация неприводимых представлений группы Гейзенберга. Мера Планшереля. Формула для характера неприводимого представления.

## **3. Организация текущего и промежуточного контроля обучения.**

**3.1. Контрольные работы** – не предусмотрены.

**3.2. Список вопросов для промежуточного тестирования** – не предусмотрено.

**3.3. Самостоятельная работа**

### **3.3.1. Поддержка самостоятельной работы (сборники тестов, задач, упражнений и др.)**

1. Арнольд В.И., Математические методы классической механики, Москва, 2003 (*Задачи в конце глав*).
2. Борисов А.В., Мамаев И.С., Пуассоновы системы и алгебры Ли в гамильтоновой механике, Регулярная и хаотическая динамика, 1999 (*Задачи в конце глав*).
3. Рейман А.Г., Семенов Тян-Шанский М.А., Интегрируемые системы-теоретико групповой подход, Москва-Ижевск, 2003 (*Задачи в конце глав*).
4. Полнотекстовые базы данных и ресурсы, доступ к которым обеспечен из кампусной сети СамГУ (сайт научной библиотеки СамГУ, URL: <http://weblib.samsu.ru/level23.html>):

- [Издания Самарского государственного университета](#)
- [Полнотекстовая БД диссертаций РГБ](#)
- [Научная электронная библиотека РФФИ \(Elibrary\)](#)
- [Университетская библиотека ONLINE](#)
- [Университетская информационная система Россия](#)
- [ЭБС «БиблиоТЕХ»](#)
- [Коллекция журналов издательства Оксфордского университета](#)
- [Словари и справочники издательства Оксфордского университета](#)
- [Реферативный журнал ВИНТИ](#)
- [Полнотекстовые статьи из коллекции журналов по математике Научной электронной библиотеки РФФИ \(E-library\) , к которым имеется доступ в сети Интернет: «доклады РАН»; «Известия РАН»; «Прикладная математика и механика»; «Прикладная механика и техническая физика»; «Математические заметки»; «Математический сборник»; «Успехи математических наук» «Журнал вычислительной математики и математической физики»; «Теоретическая и математическая физика»; «Вестник Самарского государственного университета. Серия естественные науки»; «Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки»; «Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика»; «Труды Математического института им. В.А.Стеклова РАН».](#)

- доступ к полнотекстовым материалам БД SpringerLink (Шпрингер) и издательств ELSEVIER (Эльзевир), Cambridge University Press, а также коллекции журналов электронной библиотеки РФФИ. Перечисленные базы данных содержат полные тексты статей журналов: Journal of Algebra, Advances in Mathematics, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society и др.

### 3.3.2. Тематика рефератов

Написание рефератов по курсу не предусмотрено.

**3.4. Итоговый контроль** проводится в виде экзамена кандидатского минимума.

**4. Технические средства обучения и контроля, использование ЭВМ** (*Перечень обучающих, контролирующих и расчетных программ, диафильмов, слайдфильмов, кино- и телефильмов*).

Программы пакета Microsoft Office, BSD, пакет символьных вычислений Maple, пакет символьных вычислений Mathematica, пакет символьных вычислений MathCad, Maxima-5.11, издательская система LaTeX.

Сайт научной библиотеки СамГУ, с доступом к электронному каталогу и полнотекстовым базам данных – URL: <http://weblib.samsu.ru/level23.html>

**5. Активные методы обучения (деловые игры, научные проекты)** - не предусмотрены.

**6. Материальное обеспечение дисциплины** (*Современные приборы, установки (стенды), необходимость специализированных лабораторий и классов*)

- Компьютерные классы, оснащенные компьютерами класса Pentium 4 с выходом в Интернет и в локальную сеть Самарского государственного университета, а также принтеры, сканеры и ксероксы.

## 7. Литература

**7.1. Основная** (одновременно изучают дисциплину 10 человек).

1. Арнольд В.И., Математические методы классической механики, Москва, 2003.
2. Борисов А.В., Мамаев И.С., Пуассоновы системы и алгебры Ли в гамильтоновой механике, Регулярная и хаотическая динамика, 1999.
3. Рейман А.Г., Семенов Тян-Шанский М.А., Интегрируемые системы-теоретико групповой подход, Москва-Ижевск, 2003.
4. Кириллов А.А., Лекции по методу орбит, Новосибирск, 2002.

### 7.2. Дополнительная литература

1. Болсинов А.В., Фоменко А.Т., Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. Том 1, Ижевск, 1999, 444 стр.
2. Шейнман О.К., Алгебры операторов Лакса и интегрируемые системы, в книге Летняя школа-конференция «Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов, Самара, 2009, С. 49-62.

**7.3. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины для организации самостоятельной работы студентов.**

1. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>
2. Лекционные курсы НОЦ МИ им. В.А. Стеклова РАН, см. <http://www.mi.ras.ru/>.
3. Материалы курсов Независимого московского университета, см. <http://www.mccme.ru/>.
4. Свободно распространяемые издания Московского центра непрерывного математического образования, см. <http://www.mccme.ru/free-books>.

5. Сайт института им. Л.Эйлера в Санкт-Петербурге <http://lib.lenin.ru/index>
6. Интернет-портал препринтов по математике <http://front.math.ucdavis.edu/math>

## **ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ В РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ**

за \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ учебный год

В рабочую программу курса ОД.А.08, «Интегрируемые системы», цикл ОД.А.00 «Обязательные дисциплины» основной образовательной программы подготовки аспиранта по отрасли Физико-математические науки, специальность 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел, вносятся следующие дополнения и изменения: