

Министерство образования и науки РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Самарский государственный университет»
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
_____ А.Ф.Крутов
« ____ » _____ 2011 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Представления групп Ли и специальные функции»

(ОД.А.07; цикл ОД.А.00 «Дисциплины по выбору аспиранта»
основной образовательной программы подготовки аспиранта
по отрасли 01.00.00 - Физико-математические науки,
специальность 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

Рабочая программа составлена на основании паспорта научной специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел в соответствии с Программой-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел» по физико-математическим наукам, утвержденной приказом Министерства образования и науки РФ № 274 от 08.10.2007 г., и учебным планом СамГУ по основной образовательной программе аспирантской подготовки.

Составитель рабочей программы: Панов Александр Николаевич, профессор, доктор физико-математических наук.

Рабочая программа утверждена на заседании ученого совета механико-математического факультета протокол № 1 от 31.08.2011 г.

Председатель ученого совета

« ___ » _____ 2011 г.

_____ С.Я.Новиков
(подпись)

СОГЛАСОВАНО:

Начальник
отдела послевузовского
профессионального образования

« ___ » _____ 2011 г.

_____ Л.А.Круглова
(подпись)

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе, требования к уровню освоения содержания дисциплины

1.1. Цели и задачи изучения дисциплины

Цель дисциплины - познакомить аспирантов с теорией представлений и ее связью с теорией специальных функций. Полученные знания помогут пониманию теории римановых многообразий, теории алгебраических групп и абстрактного гармонического анализа.

Задачами освоения дисциплины «Представления групп Ли и специальные функции» являются:

- изучить теорию неприводимых представлений полупростых групп Ли,
- изложить и продемонстрировать на примерах общую концепцию, состоящую в том, что любая специальная функция является матричным элементом представления некоторой группы Ли.

1.2. Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данной дисциплины

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен

Иметь представление:

- об основных достижениях и нерешенных проблемах теории представлений полупростых групп Ли,
- о общих подходах к строгому математическому определению понятия специальной функции.

Знать:

- конструкцию построения неприводимого представления полупростой алгебры Ли по старшему весу,
- классификацию неприводимых представлений симметрической группы,
- реализацию неприводимого представления полной матричной группы в тензорах,
- выражение матричных элементов неприводимых представлений группы вращений через сферические функции

Уметь:

- вычислять характер и размерность неприводимого представления по старшему весу,
- вычислять кратности весов неприводимых представлений,
- вычислять базис и размерность неприводимого представления симметрической группы,
- находить базис неприводимого представления полной матричной группы по старшему весу.

Быть способным:

- вычислить матричный элемент представления заданной полупростой группы Ли и характеризовать его как специальную функцию,
- разложить заданное представление в сумму неприводимых компонент.

1.3. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Представления групп Ли и специальные функции» входит в цикл дисциплин по выбору аспиранта научной специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел». Для понимания этого курса студент должен знать понятия группы и алгебры Ли, основные теоремы о соответствии между категориями групп и алгебр Ли, теорию представлений простой трехмерной алгебры Ли.

1.4. Связь с последующими дисциплинами

Полученные знания будут использованы в курсах по теории алгебраических групп, теории римановых многообразий, теории представлений групп Ли и теории специальных функций. Знания и навыки, полученные аспирантами при изучении данного курса, могут быть использованы при подготовке и написании диссертации по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

2. Содержание дисциплины

2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы (в часах и зачетных единицах)

Форма обучения (вид отчетности)

1-3 годы аспирантуры; вид отчетности – экзамен кандидатского минимума.

3 годы аспирантуры; вид отчетности – экзамен кандидатского минимума.

Вид учебной работы	Объем часов / зачетных единиц
Трудоемкость изучения дисциплины	72/2
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)	8
в том числе:	
лекции	4
семинары	0
практические занятия	4
Самостоятельная работа аспиранта (всего)	64
в том числе:	
Подготовка к практическим занятиям	26
Изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку	40

2.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Название раздела дисциплины	Объем часов / зачетных единиц			
		лекции	семинары	практические занятия	самостоят. работа
1	Конечномерные представления полупростых групп и алгебр Ли	2	0	2	20
2	Представления полной матричной группы и диаграммы Юнга	2	0	2	22
3	Специальные функции	0	0	0	22
	<i>Итого</i>	4	0	4	64

2.3. Лекционный курс

Конечномерные представления полупростых групп и алгебр Ли

Представления полной матричной группы и диаграммы Юнга

2.4. Практические (семинарские) занятия: по темам:

Конечномерные представления полупростых групп и алгебр Ли

Представления полной матричной группы и диаграммы Юнга

2.5. Содержание курса.

Тема 1. Конечномерные представления полупростых групп и алгебр Ли. Конструкция представления со старшим весом. Соответствие между неприводимыми представлениями и старшими весами. Фундаментальные представления. Конструкция фундаментальных представлений групп Ли классического типа. Формула Фрейденталя для кратности весов. Теорема Хариш-Чандры о формальных характерах циклических модулей. Формула Вейля для формальных характеров. Вычисление размерности неприводимого представления по старшему весу. Формула Костанта для кратности весов.

Тема 2. Представления полной матричной группы и диаграммы Юнга. Диаграммы Юнга и неприводимые представления симметрической группы. Модули Шпехта, размерность и формула характеров. Кольцо представлений симметрической группы и симметрические функции. Реализация неприводимых представлений полной матричной группы в тензорах. Принцип взаимности между неприводимыми представлениями полной матричной группы и симметрической групп. Стандартный базис в пространстве неприводимого представления полной матричной группы.

Тема 3. Специальные функции. Специальная функция как матричный элемент представления группы Ли. Вычисление матричных элементов представлений группы вращений в терминах

полиномов Якоби. Полином Лежандра как зональная сферическая функция. Представления группы движений плоскости и функции Бесселя. Представления группы аффинных сдвигов прямой и гамма-функция. Представления группы $SL(2, \mathbf{R})$ и функции Якоби. Функциональные соотношения между специальными функциями, вытекающие из соотношений ортогональности матричных элементов.

3. Организация текущего и промежуточного контроля обучения.

3.1. Контрольные работы – не предусмотрены.

3.2. Список вопросов для промежуточного тестирования – не предусмотрено.

3.3. Самостоятельная работа

3.3.1. Поддержка самостоятельной работы (сборники тестов, задач, упражнений и др.)

1. Хамфрис Дж., *Введение в теорию алгебр Ли и их представлений*, Москва, МЦНМО, 2003 (*Задачи в конце глав*).
2. Желобенко Д.П., *Основные структуры и методы теории представлений*, Москва, Наука 2004 (*Задачи в конце глав*).
3. Шапуков Б.Н., *Задачи по группам Ли и их приложениям*, 2002 г., http://www.libedu.ru/nauka/matematika/algebra/s_a/p/2/
4. Полнотекстовые базы данных и ресурсы, доступ к которым обеспечен из кампусной сети СамГУ (сайт научной библиотеки СамГУ, URL: <http://weblib.samsu.ru/level23.html>):

- Издания Самарского государственного университета
- Полнотекстовая БД диссертаций РГБ
- Научная электронная библиотека РФФИ (Elibrary)
- Университетская библиотека ONLINE
- Университетская информационная система Россия
- ЭБС «БиблиоТЕХ»
- Коллекция журналов издательства Оксфордского университета
- Словари и справочники издательства Оксфордского университета
- Реферативный журнал ВИНТИ
- Полнотекстовые статьи из коллекции журналов по математике Научной электронной библиотеки РФФИ (E-library) , к которым имеется доступ в сети Интернет: «доклады РАН»; «Известия РАН»; «Прикладная математика и механика»; «Прикладная механика и техническая физика»; «Математические заметки»; «Математический сборник»; «Успехи математических наук» «Журнал вычислительной математики и математической физики»; «Теоретическая и математическая физика»; «Вестник Самарского государственного университета. Серия естественные науки»; «Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки»; «Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика»; «Труды Математического института им. В.А.Стеклова РАН».

- доступ к полнотекстовым материалам БД SpringerLink (Шпрингер) и издательств ELSEVIER (Эльзевир), Cambridge University Press, а также коллекции журналов электронной библиотеки РФФИ. Перечисленные базы данных содержат полные тексты статей журналов: Journal of Algebra, Advances in Mathematics, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society и др.

3.3.2. Тематика рефератов

Написание рефератов по курсу не предусмотрено.

3.4. Итоговый контроль проводится в виде экзамена кандидатского минимума.

4. Технические средства обучения и контроля, использование ЭВМ (*Перечень обучающих, контролирующих и расчетных программ, диафильмов, слайдфильмов, кино- и телефильмов*).

Программы пакета Microsoft Office, BSD, пакет символьных вычислений Maple, пакет символьных вычислений Mathematica, пакет символьных вычислений MathCad, Maxima-5.11, издательская система LaTeX.

Сайт научной библиотеки СамГУ, с доступом к электронному каталогу и полнотекстовым базам данных – URL: <http://weblib.samsu.ru/level23.html>

5. Активные методы обучения (деловые игры, научные проекты) - не предусмотрены.

6. Материальное обеспечение дисциплины (*Современные приборы, установки (стенды), необходимость специализированных лабораторий и классов*)

- Компьютерные классы, оснащенные компьютерами класса Pentium 4 с выходом в Интернет и в локальную сеть Самарского государственного университета, а также принтеры, сканеры и ксероксы.

7. Литература

7.1. Основная (одновременно изучают дисциплину 10 человек).

1. Хамфрис Дж. , *Введение в теорию алгебр Ли и их представлений*, Москва, МЦНМО, 2003.
2. Фултон У., *Таблицы Юнга. Их приложения к теории представлений и геометрии*, Москва, МЦНМО, 2006.
3. Гото М, Гроссханс Ф., *Полупростые алгебры Ли*, Москва, Мир, 1981.

7.2. Дополнительная литература

1. Желобенко Д.П., *Основные структуры и методы теории представлений*, Москва, Наука 2004
2. Бурбаки Н., *Группы Ли и алгебры Ли*, главы IV-VI, Москва, Мир, 1972, 332стр.

3. Виленкин Н.Я., *Специальные функции и теория представления групп*, Москва, Наука, 1965, <http://www.twirpx.com/file/109175/>
4. Итоги науки и техники, Серия «Алгебра, Топология, Геометрия», за 1962-1991 г., ВИНТИ, http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=inta&wshow=contents&option_lang=rus
5. *Группы и алгебры Ли -1,2*, Итоги науки и техники, Серия «Современные направления математики. Фундаментальные направления», Т.20-21, 1988, ВИНТИ, http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=intf&wshow=contents&option_lang=rus

7.3. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины для организации самостоятельной работы студентов.

1. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>
2. Лекционные курсы НОЦ МИ им. В.А. Стеклова РАН, см. <http://www.mi.ras.ru/>.
3. Материалы курсов Независимого московского университета, см. <http://www.mccme.ru/>.
4. Свободно распространяемые издания Московского центра непрерывного математического образования, см. <http://www.mccme.ru/free-books>.
5. Сайт института им. Л.Эйлера в Санкт-Петербурге <http://lib.lenin.ru/index>
6. Интернет-портал препринтов по математике <http://front.math.ucdavis.edu/math>

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ В РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ

за _____ / _____ учебный год

В рабочую программу курса ОД.А.04, «Представления групп Ли и специальные функции», цикл ОД.А.00 «Обязательные дисциплины» основной образовательной программы подготовки аспиранта по отрасли Физико-математические науки, специальность 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел, вносятся следующие дополнения и изменения: