

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Механико-математический факультет  
Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ В.П.Гарькин

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2011 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Алгебра и теория чисел**

(цикл «Общие математические и естественнонаучные дисциплины»; раздел «Федеральный компонент»; основная образовательная программа специальности 010503 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем)

Самара  
2011

Рабочая программа составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования специальности 010503 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, утвержденного 10.03.2000 (номер государственной регистрации 72 МЖД/СП) и типовой (примерной) программы дисциплины «Алгебра и теория чисел», одобренной Советом УМО по образованию в области инновационных междисциплинарных образовательных программ.

**Составитель рабочей программы:** к. ф.-м. н., доцент Азовская Т.В.

**Рецензент:** д. ф.-м. н., профессор Панов А.Н.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии (протокол № 6 от «17» января 2011 г.)

Заведующий кафедрой  
17 января 2011 г.

\_\_\_\_\_ А.Н.Панов

СОГЛАСОВАНО

Декан  
факультета  
" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2011 г.

\_\_\_\_\_ С.Я.Новиков

Начальник  
методического отдела  
" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2011 г.

\_\_\_\_\_ Н.В.Соловова

ОДОБРЕНО

Председатель  
методической  
комиссии факультета  
" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2011 г.

\_\_\_\_\_ Е.Я.Горелова

## **1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе, требования к уровню освоения содержания дисциплины.**

### **1.1. Цели и задачи изучения дисциплины**

**Цель дисциплины** - изучение стандартного базового курса алгебры, включающего в себя теорию систем линейных уравнений, теорию матриц и определителей, теорию многочленов от одной переменной, векторные пространства и линейные операторы, основы теории чисел. Формирование у студентов знаний и умений, позволяющих применять алгебраический материал к решению задач различного характера.

#### **Задачи дисциплины:**

- раскрыть роль основных алгебраических понятий курса, как важнейшего инструмента исследования, приспособленного к задачам практики;
- научить формулировать и излагать теоретические вопросы в общем виде, анализировать накопившийся конкретный материал с общих позиций, создавая основу для введения фундаментальных понятий алгебры;
- научить основным методам исследования и решения задач.

### **1.2. Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данной дисциплины**

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины, должны:

#### **Иметь представление:**

- об основных принципах, понятиях и теоремах лежащих в основе изучаемых алгебраических теорий;
- о границах применимости алгебраического материала к решению математических задач различного характера.

#### **Знать:**

- базовую терминологию, основные понятия и теоремы, предусмотренные курсом

#### **Уметь:**

- решать и анализировать задачи по данной дисциплине;
- доказывать теоремы, формулировать свойства, применять возможности теории на практике.

### 1.3. Связь с предшествующими дисциплинами

Для усвоения курса по алгебре и теории чисел требуются добротные знания школьных разделов математики. Студенты должны уметь преобразовывать алгебраические выражения, раскладывать многочлены на множители, знать тригонометрию, уметь решать алгебраические уравнения.

### 1.4. Связь с последующими дисциплинами

Основные понятия и методы, введенные в курсе алгебры и теории чисел, являются базовыми для всех разделов математики.

## 2. Содержание дисциплины

### 2.1. Объем дисциплины в виде учебной работы (в часах)

#### ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ, 1-й семестр - экзамен

Вид учебных занятий	Количество часов
	семестр
<i>Всего часов аудиторных занятий</i>	<b>72</b>
Лекции	<b>54</b>
Практические занятия (семинары)	<b>0</b>
Лабораторные занятия	<b>18</b>
<i>Всего часов самостоятельной работы</i>	<b>32</b>
Подготовка к практическим занятиям	<b>20</b>
Разработка творческого проекта	<b>0</b>
Подготовка к экзамену	<b>12</b>
<i>Всего часов по дисциплине</i>	<b>104</b>

### 2.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Название раздела дисциплины	Количество часов		
		лекции	практические занятия	лабораторные занятия
1	Определители	<b>10</b>		<b>2</b>
2	Системы линейных уравнений	<b>10</b>		<b>2</b>
3	Алгебра матриц	<b>4</b>		<b>2</b>

4	Комплексные числа	4		3
5	Многочлены	6		4
6	Линейная алгебра	10		3
7	Теория чисел	10		2
	<i>Итого:</i>	<b>54</b>		<b>18</b>

## 2.3. Лекционный Курс

### Раздел 1. Определители.

Определители 2-го и 3-го порядков. Перестановки и подстановки, их четность. Лемма об изменении четности при транспозиции. Определение определителя  $n$ -го порядка. Свойства определителя: неизменность при транспонировании, транспозиция двух строк определителя и следствие об определителе с двумя равными строками, умножение строки на число и следствие об определителе с двумя пропорциональными строками, сумма определителей, линейная комбинация строк и элементарные преобразования строк определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке. Разложение нуля с помощью двух строк определителя. Теорема Лапласа (без доказательства). Вычисление треугольных и клеточно-диагональных определителей. Вывод формул Крамера для решения квадратных систем линейных уравнений.

### Раздел 2. Системы линейных уравнений.

Классификация систем линейных уравнений. Основная и расширенная матрица системы. Элементарные преобразования и метод Гаусса решения систем линейных уравнений,  $n$ -мерное векторное пространство. Сумма векторов и умножение векторов на число. Линейная зависимость и независимость векторов, примеры. Лемма о замене и следствия из нее. Ранг и базис системы векторов. Базис и размерность векторного пространства. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Ранг транспонированной матрицы. Лемма об элементарных преобразованиях матрицы и ее ранге. Теорема Кронекера-Капелли. Линейные формы и их свойства. Свободные и зависимые переменные в системе. Однородные системы линейных уравнений и свойства их решений. ФСР. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений.

### Раздел 3. Алгебра матриц.

Определение суммы и произведения двух матриц. Свойства этих операций. Теорема об ассоциативности произведения матриц. Примеры некоммутативности произведения матриц. Теорема об определителе произведения квадратных матриц. Связь транспонирования и умножения матриц. Единичная матрица и ее свойства. Левая и правая

обратные матрицы, их совпадение. Единственность обратной матрицы. Связь обращения матриц с умножением и транспонированием. Критерий существования обратной матрицы. Решение матричных уравнений.

#### **Раздел 4. Комплексные числа.**

Аксиомы кольца, аксиомы поля. Примеры колец и полей (поле из 2-х элементов). Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа: сложение, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме. Извлечение квадратного корня из комплексного числа в алгебраической форме.\* Изображение комплексных чисел на плоскости, модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа: умножение и деление чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корня  $n$ -й степени из комплексного числа. Корни из единицы. Первообразный корень. Экспоненциальная форма комплексного числа.

#### **Раздел 5. Многочлены.**

Кольцо многочленов от одной переменной. Степень многочленов, сумма и произведение. Деление с остатком, отношение делимости, ассоциированность, наибольший общий делитель, алгоритм Евклида. Взаимно-простые многочлены, свойства. Неприводимые множители, разложение многочлена на неприводимые множители. Корни многочленов. Теорема Безу, схема Горнера. Кратность корня, кратность неприводимого множителя. Понижение кратности при дифференцировании. Разложение многочлена над полем комплексных чисел, основная теорема алгебры (без док-ва). Неприводимые множители над полем действительных чисел. Рациональные корни многочленов с рациональными коэффициентами.

#### **Раздел 6. Линейная алгебра.**

Линейные пространства: определения, примеры. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и размерность пространства. Координаты вектора. Матрица перехода к новому базису и ее свойства. Изменение координат вектора при переходе к новому базису. Линейные подпространства: определения, примеры. Теорема о дополнении базиса подпространства до базиса пространства. Пересечение и сумма подпространств. Размерность суммы подпространств. Линейные операторы: определения, примеры. Существование линейного отображения с заданными значениями. Ядро и образ линейного оператора. Мономорфизм, эпиморфизм, изоморфизм, эндоморфизм. Размерность ядра и образа. Сумма, умножение на число и произведение операторов. Матрица оператора. Связь матриц операторов и действий над операторами. Матрицы оператора в различных базисах. Подобие матриц. Невырожденные операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический

многочлен и характеристические корни линейного оператора. Диагонализируемость линейного оператора с различными собственными значениями. Жорданова клетка и матрица. Основная теорема линейной алгебры (без док-ва).

### Раздел 7. Теория чисел.

Делимость целых чисел, свойства. Деление с остатком, алгоритм Евклида, представление НОД в виде линейной комбинации. Взаимно-простые числа, свойства. Простое число, основная теорема арифметики. Решение уравнений в целых числах. Теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функции Эйлера, Мебиуса. Сравнения, свойства. Полная и приведенная системы вычетов. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Решение сравнений 1-й степени. Китайская теорема об остатках. Квадратичные вычеты. Символ Лежандра и его свойства.

Кольцо классов вычетов по модулю. Делители нуля, обратимые элементы кольца. Поле классов вычетов по простому модулю, строение его мультипликативной группы.

#### 2.4. Лабораторный практикум

№ п/п	Номер раздела	Количество часов	Тема практического занятия
1.	1.	1	Свойства определителей
1.	1.	1	Разложение определителей, теорема Лапласа
2.	1.	1	Формулы Крамера
2.	2.	1	Метод Гаусса
3.	2.	1	Линейная зависимость и независимость векторов
3.	2.	1	Ранг матрицы
4.	4.	1	Комплексные числа в алгебраической форме
4.	4.	1	Тригонометрическая форма к.ч.
5.	4.	1	Возведение в степень и извлечение корня
5.	5.	1	Алгоритм Евклида
6.	5.	1	Схема Горнера
6	5.	1	Рациональные корни многочленов
7.	5.	1	Разложение на неприводимые множители
7.	6.	1	Матрица перехода
8.	6.	1	Линейные операторы
8.	6.	1	Собственные значения, собственные вектора
9.	7.	1	Числовые сравнения
9.	7.	1	Сравнения 1-ой степени

### 3. Организация текущего и промежуточного контроля знаний

#### 3.1. Контрольные работы

Тематика контрольных работ	Сроки проведения	Разделы и темы дисциплины
Системы линейных уравнений. Определители.	После второго лабораторного занятия.	1-3
Комплексные числа. Многочлены. Линейные пространства. Линейные операторы.	После восьмого лабораторного занятия.	4-6

#### 3.2. Комплекты тестовых заданий

- Комплект тестовых заданий, для оценки знаний студентов, полученных ранее и необходимых для усвоения курса. Тестирование проводится на первой неделе занятий.
- Комплект тестовых заданий по темам курса. Тестирование проводится на 20-м практическом занятии.

#### 3.3. Самостоятельная работа

##### 3.3.1. Поддержка самостоятельной работы (сборники тестов, задач, упражнений и др.)

Рудман Р.М. Ранг. Линейная независимость. Общее решение систем линейных уравнений.: Конспект лекций (Самарский гос.ун-т. каф. Алгебры и геометрии. - Самара:2003г.)

##### 3.3.2. Тематика рефератов

- Написание рефератов по курсу не предусмотрено.

#### 3.4. Курсовая работа, ее характеристика; примерная тематика

- Написание курсовых работ не предусмотрено.

Итоговый контроль проводится в виде экзамена. Экзаменационная оценка ставится на основании письменного и устного ответа по экзаменационному билету.



#### **4. Технические средства обучения и контроля, использование ЭВМ**

Нет.

#### **5. Активные методы обучения (деловые игры, научные проекты)**

Лекционным курсом не предусмотрены.

#### **6. Материальное обеспечение дисциплины**

Нет.

#### **7. Литература**

##### **7.1. Основная**

1. Курош А.Г. *Курс высшей алгебры*. 12 Изд. Издательство Лань, 2003
2. Мальцев А.И. *Основы линейной алгебры*. «Лань», 2009
3. Проскуряков, Игорь Владимирович. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для вузов — 12-е изд., стер. — СПб. : Лань, 2008 .— 476 с. — (Классическая учебная литература по математике) (Классические задачки и практикумы) .— ISBN 978-5-8114-0707-1.

##### **7.2.Дополнительная.**

Ильин В.А., Позняк Э.Г. *Линейная алгебра*.

##### **7.3.Учебно-методические материалы по дисциплине**

Рудман Р.М. Ранг. Линейная независимость. Общее решение систем линейных уравнений.: Конспект лекций.(Самарский гос.ун-т. каф. Алгебры и геометрии.-Самара:2003г.).