

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Механико-математический факультет  
Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ В.П.Гарькин

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2011 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Аналитическая геометрия**

(блок «Общие математические и естественнонаучные дисциплины»; раздел «Федеральный компонент»; основная образовательная программа направления 010100.62 Математика)

Самара  
2011

Рабочая программа составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования направления 010100.62 Математика 15.03.2000 (номер государственной регистрации 416ЕН/БАК) и типовой (примерной) программы дисциплины «Аналитическая геометрия», одобренной Советом по математике и механике УМО по классическому университетскому образованию.

**Составитель рабочей программы:** к.ф.м.н. доцент В.Н.Кокарев

**Рецензент:** д.ф.м.н. проф. В.Е.Воскресенский

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии (протокол № 6 от «17» января 2011 г.)

Заведующий кафедрой  
17 января 2011 г.

\_\_\_\_\_

А.Н.Панов

**СОГЛАСОВАНО**

Декан  
факультета

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2011 г.

\_\_\_\_\_

С.Я.Новиков

Начальник  
методического отдела

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2011 г.

\_\_\_\_\_

Н.В.Соловова

**ОДОБРЕНО**

Председатель  
методической  
комиссии факультета

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2011 г.

\_\_\_\_\_

Е.Я.Горелова

## **1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе, требования к уровню освоения содержания дисциплины**

### **1.1. Цели и задачи изучения дисциплины**

**Цель дисциплины** - систематическое изучение векторной алгебры, координатного метода; применение их к нахождению расстояний, площадей, объемов. Изучение объектов, заданных уравнениями первой и второй степени. Формирование у студентов знаний и умений, позволяющих геометрические задачи решать аналитическими методами.

#### **Задачи дисциплины:**

- Рассмотреть линейные операции над векторами, ввести понятие скалярного, векторного, смешанного произведения векторов
- Изучить методы исследования прямых на плоскости, прямых и плоскостей в пространстве
- Изучить кривые второго порядка и вывести их канонические уравнения
- Ввести инварианты кривых второго порядка и классифицировать кривые с помощью инвариантов
- Изучить поверхности второго порядка, заданные каноническими уравнениями
- Рассмотреть понятие выпуклого множества и многогранника. Изучить правильные многогранники
- Рассмотреть основные понятия проективной геометрии: однородные координаты, уравнение прямой в однородных координатах

### **1.2. Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данной дисциплины.**

Студенты, закончившие изучение данной дисциплины, должны:

#### **- иметь представление:**

- о преобразованиях координат
- об инвариантах преобразования координат
- о проективной плоскости

#### **- знать:**

- формулы скалярного, векторного, смешанного произведения
- уравнения прямых и плоскостей при различных способах задания
- канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка

#### **- уметь:**

- находить расстояния, углы, площади и объемы
- строить прямые, векторы и точки
- строить кривые второго порядка, заданные общими уравнениями
- строить поверхности второго порядка, заданные каноническими уравнениями

### **1.3. Связь с предшествующими дисциплинами**

Для усвоения курса аналитической геометрии требуется: уметь решать линейные и квадратные уравнения, системы линейных уравнений. Студент должен знать основные факты элементарной геометрии, теорию параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей.

### **1.4. Связь с последующими дисциплинами**

Понятия и методы аналитической геометрии используются в курсах линейной алгебры, дифференциальной геометрии. Факты аналитической геометрии используются в курсах математического анализа и механики.

## 2. Содержание дисциплины

### 2.1. Объем дисциплины в виде учебной работы (в часах)

**ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ, 1й семестр – зачет, экзамен, 2 семестр - экзамен**

| Вид учебных занятий                       | Количество часов |           |
|---|------------------|-----------|
|   | 1 семестр        | 2 семестр |
| <i>Всего часов аудиторных занятий</i>     | 72               | 68        |
| Лекции                                    | 36               | 34        |
| Лабораторные занятия                      | 36               | 34        |
| <i>Всего часов самостоятельной работы</i> | 38               | 22        |
| <i>Всего часов по дисциплине</i>          | 110              | 90        |

### 2.2. Разделы дисциплины и виды занятий

| № п/п | Название раздела дисциплины        | Количество часов |                      |                      |
|-------|------------------------------------|------------------|----------------------|----------------------|
|       |                                    | лекции           | практические занятия | лабораторные занятия |
| 1     | Векторная алгебра.                 | 10               |                      | 10                   |
| 2     | Системы координат.                 | 2                |                      | 2                    |
| 3     | Прямая на плоскости.               | 8                |                      | 8                    |
| 4     | Прямая и плоскость в пространстве. | 10               |                      | 10                   |
| 5     | Теория кривых второго порядка.     | 6                |                      | 6                    |
| 6     | Поверхности второго порядка.       | 10               |                      | 10                   |
| 7     | Аффинные преобразования.           | 8                |                      | 8                    |
| 8     | Проективная геометрия.             | 10               |                      | 10                   |
| 9     | Правильные многогранники.          | 6                |                      | 6                    |
|       | <i>Итого:</i>                      | 70               |                      | 70                   |

### 2.3. Лекционный Курс

#### Раздел I: Векторная алгебра.

Векторы, операции над ними, свойства операций. Проекция вектора на ось и ее свойства. Линейно зависимые и независимые системы векторов на плоскости и в пространстве, понятие базиса, аффинной системы координат, координат точки. Действия над векторами в координатах. Скалярное произведение векторов, его свойства, выражение в координатах. Векторное произведение векторов, его свойства, выражение в координатах. Смешанное произведение векторов, свойства, выражение в координатах. Геометрический смысл скалярного, векторного и смешанного произведений, условия коллинеарности, ортогональности, компланарности векторов. Двойное векторное произведение.

#### Раздел II: Системы координат.

Преобразования аффинных систем координат на плоскости и в пространстве. Поворот и параллельный перенос декартовой системы координат: формулы преобразования координат. Понятие алгебраической линии на плоскости, ее порядок. Инвариантность порядка кривой при замене координат. Полярная система координат.

#### Раздел III: Прямая на плоскости.

Аффинная теория: направляющий вектор прямой, вывод уравнения прямой, проходящей через заданную точку с заданным направляющим вектором, общее уравнение прямой. Параметрическое, каноническое уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой проходящей через две точки, уравнение прямой в отрезках. Полуплоскости

определяемые прямой. Условия совпадения, параллельности прямых. Нахождение координат точки пересечения прямых. Пучок прямых, уравнение пучка.

Метрическая теория: нормаль к прямой, вывод уравнения прямой проходящей через заданную точку с заданной нормалью. Нормальное уравнение прямой. Отклонение точки от прямой. Нахождение расстояния от точки до прямой, расстояния между параллельными прямыми, угла между прямыми. Уравнения биссектрис и медиан треугольника, заданного своими вершинами.

#### **Раздел IV: Прямая и плоскость в пространстве.**

Аффинная теория : направляющие вектора плоскости, уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум данным векторам, параметрическое уравнение плоскости, уравнение плоскости, проходящей через три данные точки, общее уравнение плоскости, уравнение плоскости в отрезках. Расположение плоскости относительно системы координат. Расположение точек относительно плоскости. Взаимное расположение плоскостей условия параллельности, совпадения и пересечения плоскостей. Пучок плоскостей.

Уравнение прямой, проходящей через данную точку параллельно данному вектору. Уравнение прямой, проходящей через две точки, общее уравнение прямой. Взаимное расположение прямой и плоскости условия принадлежности, пересечения, параллельности. Взаимное расположение двух прямых.

Метрическая теория: уравнение плоскости с данной нормалью; уравнение плоскости, проходящей через данную прямую перпендикулярно данной плоскости; уравнение прямой, проходящей через данную точку, перпендикулярно пересекая данную прямую ; уравнение общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых. Расстояние от точки до плоскости, расстояние между параллельными плоскостями, угол между плоскостями, расстояние от точки до прямой, угол между прямой и плоскостью, угол между прямыми, расстояние между параллельными прямыми, расстояние между скрещивающимися прямыми.

#### **Раздел V: Теория кривых второго порядка.**

Эллипс, гипербола, парабола определение, вывод канонического уравнения, изучение свойств по каноническому уравнению. Основные параметры кривых. Директориальные свойства эллипса и гиперболы. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.

Общее уравнение линии второго порядка. Пересечение линий второго порядка с прямой. Асимптотические направления линий второго порядка. Центр линии второго порядка. Касательная к линии второго порядка. Диаметры линий второго порядка. Сопряженные направления относительно линии второго порядка. Главные направления линии второго порядка. Ортогональные инварианты уравнений второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Упрощение уравнений кривых второго порядка с помощью инвариантов. Преобразование уравнения кривой второго порядка путем поворота Д.с.к. Геометрический смысл корней характеристического уравнения. Упрощение уравнения кривой второго порядка путем переноса начала координат.

#### **Раздел VI: Поверхности второго порядка.**

Цилиндрические поверхности. Канонические уравнения цилиндров второго порядка. Поверхности вращения. Конические поверхности. Конусы второго порядка, заданные каноническими уравнениями: изучение свойств по каноническому уравнению. Конические сечения. Эллипсоиды: изучение свойств по каноническому уравнению. Эллипсоиды вращения. Однополостной гиперboloид: изучение свойств по каноническому уравнению. Двуполостной гиперboloид: изучение свойств по каноническому уравнению. Эллиптический параболоид: изучение свойств по каноническому уравнению. Гиперболический параболоид: изучение свойств по каноническому уравнению. Линейчатые поверхности. Поверхности второго порядка, не являющиеся линейчатыми. Дважды линейчатые поверхности

второго порядка. Образующие гиперболического параболоида и однополостного гиперболоида. Классификация поверхностей второго порядка.

### Раздел VII: Аффинные преобразования.

Определение аффинного преобразования плоскости. Свойства аффинных преобразований, запись в координатах. Примеры аффинных преобразований плоскости. Главные направления аффинных преобразований.

### Раздел VIII. Проективная геометрия.

Определение проективной прямой. Определения проективной плоскости. Сложное отношение точек. Гармоническое отношение точек. Поляра, полюс. Проективные кривые.

### Раздел IX. Правильные многогранники.

Определение выпуклых множеств. Построение правильных многогранников. Теорема Эйлера.

## 2.4. Лабораторный практикум

| №  | № раздела | Наименование лабораторных работ   |
|----|-----------|---|
| 1  | 1         | Линейная зависимость векторов   |
| 2  | 1         | Скалярное произведение, длина, угол   |
| 3  | 1         | Векторное произведение. Смешанное произведение  |
| 4  | 2         | Контрольная работа.   |
| 5  | 3         | Прямая на плоскости.  |
| 6  | 4         | Прямая и плоскость в пространстве   |
| 7  | 4         | Взаимное расположение прямых и плоскостей   |
| 8  | 4         | Углы между прямыми и плоскостями.<br>Расстояния от точки до плоскости, от точки до прямой |
| 9  | 5         | Канонические уравнения кривых 2-го порядка  |
| 10 | 5         | Общие уравнения кривых 2-го порядка   |
| 11 | 5         | Инварианты кривых   |
| 12 | 5         | Тип и расположение кривых   |
| 13 | 6         | Контрольная работа.   |
| 14 | 6         | Канонические уравнения поверхностей 2-го порядка  |
| 15 | 6         | Нахождение прямолинейных образующих   |
| 16 | 6         | Эллипсоиды. Гиперболоиды. Параболоиды   |
| 17 | 7         | Аффинные преобразования   |
| 18 | 8         | Проективная геометрия.  |
| 19 | 9         | Правильные многогранники.   |

## 3. Организация текущего и промежуточного контроля знаний

### 3.1. Контрольные работы

| Тематика контрольных работ                           | Сроки проведения | Разделы и темы дисциплины |
|--|------------------|---------------------------|
| Векторная алгебра                                    | 4-ое занятие     | 1,2                       |
| Прямая и плоскость                                   | 9-ое занятие     | 3,4                       |
| Кривые 2-го порядка                                  | 13-ое занятие    | 5.                        |
| Поверхности второго порядка, аффинные преобразования | 28-ое занятие    | 6,7                       |

### 3.6. Материальное обеспечение дисциплины: модели поверхностей и многогранников.

## 7. Литература

### 7.1. Основная

1. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк / Аналитическая геометрия : учебник для ун-тов — 7-е изд., стер. — М. : Физматлит, 2007 .— 223 с. : ил. — (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3) (Классический университетский учебник) .— (Реком. МО) .— ISBN 978-5-9221-0511-8.
2. Д.В. Клетеник; под ред. Н.В. Ефимова Клетеник Д.В., / Сборник задач по аналитической геометрии : [учеб. пособие для втузов] — 17-е изд., стер. — СПб. : Профессия, 2007 .— 199 с. : ил. — (Специалист) .— ISBN 5-93913-037-2.

### 7.2. Дополнительная

1. П.С. Александров. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. —М. : Наука, 1979.
2. П.С Александров. Аналитическая геометрия. М. 1968.
3. М.М. Постников. Лекции по геометрии. I семестр. М. 1979.

### 7.3. Учебно-методические материалы по дисциплине

1. В.Н. Кокарев. Сборник задач по аналитической геометрии, Издательство Самарский университет , 1994.