

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Механико-математический факультет

Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ В.П.Гарькин

«_____» _____ 2011 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дифференциальная геометрия

(блок «Общие математические и естественнонаучные дисциплины»; раздел «Федеральный компонент»; основная образовательная программа направления 010100.62 Математика)

Самара
2011

Рабочая программа составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования направления 010100.62 Математика 15.03.2000 (номер государственной регистрации 416ЕН/БАК) и типовой (примерной) программы дисциплины «Дифференциальная геометрия», одобренной Советом по математике и механике УМО по классическому университетскому образованию.

Составитель рабочей программы: к. ф.-м. н., доцент Кокарев В.Н.

Рецензент: д. ф.-м. н., профессор В.Е. Воскресенский

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии (протокол № 6 от «17» января 2011 г.)

Заведующий кафедрой
17 января 2011 г.

_____ А.Н.Панов

СОГЛАСОВАНО

Декан
факультета

" ____ " _____ 2011 г.

_____ С.Я.Новиков

Начальник
методического отдела

" ____ " _____ 2011 г.

_____ Н.В.Соловова

ОДОБРЕНО

Председатель
методической
комиссии факультета

" ____ " _____ 2011 г.

_____ Е.Я.Горелова

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе, требования к уровню освоения содержания дисциплины

1.1. Цели и задачи изучения дисциплины

1.1.1. Цель дисциплины - изучение кривых и поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве. Формирование у студентов понятия гомеоморфизма, локального гомеоморфизма, карты, диффеоморфизма. Изучение кривизны кривых и поверхностей.

1.1.2. Задачи дисциплины:

- Ввести понятия непрерывного отображения, гомеоморфизма, локального гомеоморфизма.
- Ввести понятия кривой и поверхности, рассмотреть способы их задания
- Рассмотреть касательную к кривой и касательную плоскость к поверхности.
- Рассмотреть кривизну и кручение кривой.
- Рассмотреть главные нормальные кривизны поверхности, среднюю и гауссову кривизну.
- Ввести понятие внутренней геометрии поверхности, изучить основные объекты внутренней геометрии.
- Рассмотреть связь кривизны и топологии замкнутой поверхности.

1.2. Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данной дисциплины

1.2.1. Студенты, закончившие изучение данной дисциплины, должны:

1.2.1.1. Иметь представление:

- об основных уравнениях теории кривых и поверхностей, формулах Френе, деривационных формулах, формулах Гаусса-Петерсона-Кодацци.
- о теореме Гаусса для нормального отображения.
- о формуле для гауссовой кривизны через метрику поверхностей.

1.2.1.2. Знать:

- определения основных понятий: кривая, поверхность, касательная, касательная плоскость, кривизна, кручение кривой, главные нормальные кривизны поверхности, гауссова кривизна поверхности.

1.2.1.3. Уметь:

- составлять уравнения кривых и поверхностей.
- Находить уравнения касательных и касательных плоскостей к кривым и поверхностям.
- Вычислять кривизну и кручение кривой, длину кривой
- Находить коэффициенты первой и второй квадратичной формы поверхности
- Находить главные кривизны, главные направления поверхности

1.3. Связь с предшествующими дисциплинами

Для усвоения курса дифференциальной геометрии требуется владение материалами курса аналитической геометрии, владение операциями дифференцирования и интегрирования, теорией и методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

1.4. Связь с последующими дисциплинами

Понятия и методы дифференциальной геометрии используются в курсах и спецкурсах теории многообразий, римановой геометрии, топологии.

2. Содержание дисциплины

2.1. Объем дисциплины в виде учебной работы (в часах)

ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ, 3-й семестр - экзамен

Вид учебных занятий	Количество часов
	семестр
<i>Всего часов аудиторных занятий</i>	72
Лекции	36
Практические занятия (семинары)	-
Лабораторные занятия	36
<i>Всего часов самостоятельной работы</i>	36
Подготовка к практическим занятиям	36
Разработка творческого проекта	-
Изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку (рефераты)	-
<i>Всего часов по дисциплине</i>	108

2.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Название раздела дисциплины	Количество часов		
		лекции	практические занятия	лабораторные занятия
1	Непрерывные отображения	4		2
2	Теория кривых	10		12
3	Первая квадратичная форма поверхности	6		4
4	Кривизна линии на поверхности	8		10
5	Внутренняя геометрия поверхности	8		8
	<i>Итого:</i>	36		36

2.3. Лекционный Курс

№ п/п	Номер раздела	Количество часов	Тема
1	1	4	Непрерывные отображения. Понятие кривой.
2	2	5	Касательная к кривой. Огибающая. Длина дуги.
3	2	5	Соприкасающаяся плоскость, кривизна линии. Натуральные уравнения кривой.
4	3	2	Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
5	3	4	Первая квадратичная форма поверхности.
6	4	4	Кривизна поверхности вдоль заданного направления. Вторая квадратичная форма поверхности.
7	4	4	Главные кривизны. Линии кривизны.
8	5	2	Теорема Родрига. Теорема Гаусса.
9	5	2	Деривационные формулы.
10	5	2	Геодезические линии.
11	5	2	Теорема Гаусса-Бонне.

2.4. Лабораторный практикум

№ п/п	Номер раздела	Количество часов	Тема практического занятия
1	1	2	Составление уравнений кривых
2	2	2	Построение кривых
3	2	2	Огибающая
4	2	2	Длина дуги
5	2	2	Сопровождающий трехгранник
6	2	2	Кривизна и кручение
7	2	2	Натуральные уравнения
8	2	2	Контрольная работа № 1
9	3	2	Уравнения поверхностей
10	3	2	Касательная плоскость
11	3	2	Первая квадратичная форма поверхности
12	4	2	Сферическое отображение поверхности
13	4	2	Нормальная кривизна кривой на поверхности
14	4	2	Главные кривизны и направления
15	5	2	Линии кривизны
16	5	2	Асимптотические линии
17	5	2	Геодезическая кривизна кривой, геодезические линии
18	5	2	Контрольная работа № 2

3. Организация текущего и промежуточного контроля знаний

3.1. Контрольные работы

Тематика контрольных работ	Сроки проведения	Разделы и темы дисциплины
Теория кривых	8 неделя	Сопровождающий трехгранник, кривизна, кручение, натуральные уравнения
Теория поверхностей	18 неделя	Уравнения поверхностей, касательная плоскость, главные кривизны и направления, геодезическая кривизна

3.1.1. Тематика рефератов

- Рефераты не предусмотрены

3.2. Курсовая работа, ее характеристика; примерная тематика

- Курсовые работы должны соответствовать объемам изученных курсов геометрии, алгебры, анализа, дифференциальных уравнений. Примерная тематика: выпуклые множества и выпуклые поверхности, дифференциальная геометрия, аффинная дифференциальная геометрия.

Итоговый контроль проводится в третьем семестре в форме экзамена.

4. Технические средства обучения и контроля, использование ЭВМ не используются
5. Активные методы обучения (деловые игры, научные проекты) не используются
6. Материальное обеспечение дисциплины: модели поверхностей.

7. Литература

7.1. Основная

- А.В. Погорелов. Дифференциальная геометрия. М.1974.
- .С.Мищенко, А.Т.Фоменко. КРАТКИЙ КУРС ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ. В серии: Классический университетский учебник. - Москва, изд-во "Физико-математическая литература", МАИК "Наука/Интерпериодика", 2004. Объем 300 стр.
- А.О.Иванов, А.А.Тужилин. ЛЕКЦИИ ПО КЛАССИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ. Учебное пособие. - Москва, изд-во Логос, 2009. Объем 224 стр.
- А.С.Мищенко, А.Т.Фоменко. КУРС ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ. Учебник, переработанное и дополненное издание. - Санкт-Петербург, Москва, Краснодар, изд-во Лань, 2010.

7.2. Дополнительная

- П.К. Рашевский. Курс дифференциальной геометрии. М. Эдиториал УРСС, 2003.- 429с.

7.3. Учебно-методические материалы по дисциплине

- В.Н. Кокарев. Задачи по дифференциальной геометрии. Самара, СамГУ, 2002.

Задания к контрольной работе по теме «Теория кривых»

1) Для кривой $r = (2e^t, 2e^{-t}, 2\sqrt{2}t)$ найти

- Уравнения касательной
- Уравнение соприкасающейся плоскости
- Кривизну и кручение
- Натуральные уравнения
- Параметрические уравнения линии, по которой касательные пересекают плоскость $2x - y + z + 1 = 0$

2) Для кривой $r = (2t - \sin 2t, 2\sin^2 t, \cos t)$ найти

- Уравнения главной нормали
- Уравнение спрямляющей плоскости
- Кривизну и кручение
- Длину дуги от $t = 0$ до $t = 1$
- Параметрические уравнения линии, по которой касательные пересекают плоскость $2x - y + z = 0$

3) Для кривой $r = (2 \cos 2t, 4t + 2 \sin 2t, 2 \sin t)$ найти

- Уравнения бинормали
- Уравнение нормальной плоскости
- Кривизну и кручение
- Естественную параметризацию
- Параметрические уравнения линии, по которой бинормали пересекают плоскость $2x - y + z = 0$

4) Для кривой $r = (2cht \cos t, 2cht \sin t, 2t)$ найти

- Уравнения бинормали
- Уравнение нормальной плоскости
- Кривизну и кручение
- Естественную параметризацию
- Параметрические уравнения линии, по которой бинормали пересекают плоскость $x + y - 3z = 0$

5) Для кривой $r = (e^{2t} \cos t, e^{2t} \sin t, e^{2t})$ найти

- Уравнения касательной
- Уравнение нормальной плоскости
- Кривизну и кручение
- Естественную параметризацию
- Параметрические уравнения линии, по которой касательные пересекают плоскость $x - y + z = 0$

6) Для кривой $r = (\cos^2 t, t + \frac{1}{2} \sin 2t, \sin t)$ найти

- Уравнения главной нормали
- Уравнение спрямляющей плоскости
- Кривизну и кручение
- Длину дуги от $t = 0$ до $t = 1$
- Параметрические уравнения линии, по которой главные нормали пересекают плоскость $3x - y + z + 2 = 0$

Задания к контрольной работе по теме «Теория поверхностей»

Билет №1

1. Найти площадь поверхности вращения с осью Oz и меридианом $r = (ch t, 0, sh t)$, $t \in [0, 1]$.
2. На поверхности $r = (2 \cos u \operatorname{ch} v, 3 \sin u \operatorname{ch} v, 4 sh v)$ дана линия $\gamma: u = 2v$. Найти
 - 1) Касательную к линии γ в точке $M(0, 0)$.
 - 2) Нормальную кривизну γ в точке M .
 - 3) Главные направления, среднюю и гауссову кривизну в точке M .

Билет №2

1. Найти касательную плоскость к цилиндрической поверхности с направляющей $r = (t, t^2, t^3)$ и образующими, параллельными вектору $a = \{3, 2, 1\}$ в точке $M(8, 8, 10)$.
2. На поверхности $r = (2(\cos u - v \sin u), 2(\sin u + v \cos u), 3v)$ дана линия $\gamma: u = t, v = e^t - 1$.
Найти
 - 1) Угол между линией γ и линией $u = 0$.
 - 2) Главные кривизны и главные направления в точке $M(0, 0)$.
 - 3) Нормальную кривизну γ в точке M .

Билет №3

1. Найти площадь цилиндрической поверхности, заключённой между плоскостями $z = -1, z = 2$ с направляющей $r = (\sqrt{2} \cos t, \sin t, 0)$, $t \in [0, \pi]$ и образующими, параллельными вектору $a = \{1, 0, 1\}$.
2. На поверхности $r = (2 \cos u \cos v, 3 \sin u \cos v, 3 \sin v)$ дана линия $\gamma: u - v + u^3 + v^3 = 0$.
Найти
 - 1) Угол между линией γ и линией $v = 0$.
 - 2) Нормальную кривизну γ в точке $M(0, 0)$.
 - 3) Главные кривизны и главные направления в точке M .

Билет №4

1. Найти касательную плоскость к конической поверхности с направляющей $r = (t, 2t, t^2)$ и вершиной $S(5, 4, 3)$ в точке $M(3, 3, 2)$.
2. На поверхности $r = (2 \cos u \cos v, 3 \sin u \cos v, 4 \sin v)$ дана линия $\gamma: u = t, v = t^2 + t$. Найти
 - 1) Геодезическую кривизну γ в точке $M(2, 0, 0)$.
 - 2) Угол между линией γ и линией $u = 0$.
 - 3) Главные кривизны и главные направления в точке M .

Билет №5

1. Найти площадь конической поверхности, заключённой между плоскостями $z = 1, z = 3$ с направляющей $r = (t, 1/2 t^2, 0)$, $t \in [0, 2]$ и вершиной $S(0, 0, 1)$.
2. На поверхности $r = (2(v - 1/v) \cos u, 3(v - 1/v) \sin u, 4(v - 1/v))$ дана линия $\gamma: u = t, v = (\cos t)/2$.
Найти
 - 1) Геодезическую кривизну γ в точке $M(0, 1/2)$.
 - 2) Угол между линией γ и линией $u = 0$.
 - 3) Главные кривизны и главные направления в точке M .