

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Механико-математический факультет
Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ В.П.Гарькин

« _____ » _____ 2011 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра и геометрия

(блок «Общие математические и естественнонаучные дисциплины»; раздел «Федеральный компонент»; основная образовательная программа направления 010100.62 Математика)

Рабочая программа составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования направления 010100.62 Математика 15.03.2000 (номер государственной регистрации 416ЕН/БАК) и типовой (примерной) программы дисциплины «Линейная алгебра и геометрия», одобренной Советом по математике и механике УМО по классическому университетскому образованию.

Составитель рабочей программы: д.ф.-м.н., проф. А.Н.Панов

Рецензент: : д.ф.-м.н., проф. В.Е. Воскресенский

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии (протокол № 6 от «17» января 2011 г.)

Заведующий кафедрой
17 января 2011 г.

_____ А.Н.Панов

СОГЛАСОВАНО

Декан
факультета
" ____ " _____ 2011 г.

_____ С.Я.Новиков

Начальник
методического отдела
" ____ " _____ 2011 г.

_____ Н.В.Соловова

ОДОБРЕНО

Председатель
методической
комиссии факультета

" ____ " _____ 2011 г.

_____ Е.Я.Горелова

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе, требования к уровню освоения содержания дисциплины:

1.1. Цели и задачи изучения дисциплины

завершить, начатое на первом курсе, изучение линейной алгебры и аналитической геометрии; формирование у студентов техники вычислений, основанных на методах линейной алгебры и аналитической геометрии.

Задачи дисциплины:

- 1) изучение кольца многочленов от нескольких переменных и его приложений в алгебраической геометрии, алгебре и теории чисел;
- 2) нахождение канонических матриц для линейных операторов в различных пространствах и приложения к классификации кривых и поверхностей второго порядка, классификации движений на плоскости и в пространстве;
- 3) изучение топологических свойств геометрических объектов.

1.2. Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данной дисциплины

Студенты, закончившие изучение данной дисциплины, должны:

- иметь представление:

- 1) о методах построения расширений полей;
- 2) о классификации гладких многообразий;
- 3) о алгебраических и топологических инвариантах.

- знать:

- 1) знать теорию канонических форм линейных операторов;
- 2) знать формулировки основных теорем курса и приложения к решению практических задач

- уметь:

- 1) находить канонические формы линейных операторов, кривых и поверхностей второго порядка, движений плоскости и пространства;
- 2) проводить исследование свойств топологических пространств;
- 3) прилагать теорию многочленов к алгебраической геометрии, алгебре и теории чисел.

1.3. Связь с предшествующими дисциплинами

Курс линейной алгебры и геометрии является продолжением курса алгебры и курса аналитической геометрии, прочитанных студентам в 1-2 семестрах. В этом курсе будет завершена задача нахождения канонической формы матрицы линейного оператора в комплексном пространстве (жорданова форма матрицы). Будет продолжено изучение евклидовых и унитарных пространств. По курсу аналитической геометрии будет завершена классификация поверхностей второго порядка.

1.4. Связь с последующими дисциплинами

Понятия и методы этого курса используются в курсах дифференциальных уравнений (вычисление функций от матриц, гладкие многообразия), функциональном анализе (канонические формы матриц линейных операторов, ортонормированные базисы, топология); математическом анализе (канонические формы поверхностей и кривых второго порядка, топология), дискретная математика (конечные поля)

2. Содержание дисциплины

2.1. Объем дисциплины в виде учебной работы (в часах)

ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ, 3-й семестр- экзамен

ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ, 4-й семестр- экзамен

Вид учебных занятий	Количество часов	Количество часов
	3 семестр	4 семестр
<i>Всего часов аудиторных занятий</i>	72	68
Лекции	36	34
Практические занятия (семинары)	0	0
Лабораторные занятия	36	34
<i>Всего часов самостоятельной работы</i>	30	30
Подготовка к практическим занятиям	30	30
<i>Всего часов по дисциплине</i>	102	98

2.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№	Линейная алгебра и геометрия, 3 семестр	Лекции	Лабораторные занятия
1	Симметрические многочлены	6	10
2	Коммутативные кольца и поля	6	4
3	Теория L-матриц	4	2
4	Жорданова форма матриц	6	8
5	Функции от матриц	4	4
6	Линейные операторы в евклидовых и унитарных пространствах	10	8
	<i>Итого</i>	36	36

№	Линейная алгебра и геометрия , 4 семестр	Лекции	Лабораторные занятия
1	Классификация кривых и поверхностей второго порядка	10	10
2	Движения на плоскости и в пространстве	8	8
3	Аффинные пространства	4	6
4	Тензоры	12	10
	<i>Итого</i>	34	34

2.3.1 Лекционный Курс , 3 семестр

Тема 1. Симметрические многочлены.

Многочлены от многих переменных, Лексикографический порядок. Понятие степени. Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Степенные суммы и формулы Ньютона. Понятие дискриминанта уравнения. Формула для вычисления дискриминанта через степенные суммы. Результат двух многочленов. Формула для нахождения результата. Связь результата и дискриминанта. Приложение результата к решению систем уравнений. Преобразование Чирнгаузена.

Тема 2. Коммутативные кольца и поля.

Поле алгебраических чисел. Исключение иррациональности в знаменателе. Понятие кольца и поля. Понятие идеала в коммутативном кольце. Построение

факторкольца. Кольца и поля вычетов. Конструкция построения расширения поля как факторкольца кольца многочленов над полем по идеалу, порождённому неприводимым многочленом. Конечные поля. Построение конечных полей из 4,8,9,16 элементов.

Тема 3. Теория L-матриц.

Элементарные преобразования L-матриц. Понятие канонической формы L-матрицы. Теорема о приведении L-матрицы к канонической форме. Делители миноров и инвариантные множители. Первый критерий эквивалентности L-матриц.

Унимодулярные L-матрицы. Второй критерий эквивалентности L-матриц. Представление L-матрицы как матричного многочлена. Операции над матричными многочленами. Критерий подобия числовых матриц.

Тема 4. Жорданова форма матриц.

Понятие жордановой нормальной матрицы. Теорема о жордановой форме матрицы. Методы построения жорданова базиса для матриц второго и третьего порядков.

Понятие минимального многочлена матрицы. Теорема о совпадении последнего инвариантного множителя и минимального многочлена. Теорема Гамильтона-Кэли.

Тема 5. Функции от матриц.

Теорема о сходимости матричного ряда для любой целой функции. Метод неопределённых матричных коэффициентов для вычисления функций от матриц. Матричная экспонента и её свойства.

Тема 6. Операторы в евклидовых пространствах.

Теорема о линейных формах в евклидовых и унитарных пространствах. Построение сопряженного оператора.

Нормальные операторы. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов в унитарном пространстве.

Самосопряженные операторы. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов в унитарном и евклидовом пространствах.

Унитарные и ортогональные операторы. Канонический вид матрицы унитарного оператора. Каноническая форма матрицы ортогонального оператора

2.3.2 Лекционный Курс , 4 семестр

Тема 1. Классификация кривых и поверхностей второго порядка

Понятие кривой второго порядка. Формула замены систем декартовых координат на плоскости. Теорема о классификации кривых второго порядка. Инварианты уравнения кривой второго порядка. Приложения инвариантов. Аффинная классификация кривых второго порядка.

Понятие поверхности второго порядка. Формула замены систем декартовых координат в пространстве. Теорема о классификации поверхностей второго порядка. Инварианты уравнения поверхности второго порядка. Приложения инвариантов. Аффинная классификация поверхностей второго порядка.

Тема 2. Классификация движений на плоскости и в пространстве

Поворот, параллельный перенос, отражение, скользящая симметрия как примеры движений на плоскости. Координатная форма записи движений плоскости. Теорема Шаля о классификации движений плоскости.

Винтовое движение, отражение, скользящая симметрия и поворотная симметрия как примеры движений в пространстве. Координатная форма записи движений пространства. Теорема Шаля о классификации движений пространства.

Тема 3. Аффинные пространства.

Понятие аффинного пространства. Система координат в аффинном пространстве. Параметрическое задание m -плоскости, каноническое уравнение прямой. Расстояние от точки до m -плоскости. Расстояние между прямыми.

Тема 4 . Тензоры.

Факторпространство линейного пространства. Координатное пространство. Тензорное произведение двух линейных пространств. Базис и размерность тензорного произведения. Пространство (p,q) -тензоров. Изменение координат тензора при замене базиса. Тензоры типа $(0,2)$ и билинейные формы. Изоморфизм пространства линейных операторов и пространства $(1,1)$ -тензоров. Билинейные операции и тензоры типа $(1,2)$. Операция свёртки тензора и след матрицы. Тензорное произведение линейных операторов и тензорное произведение матриц. Пространство кососимметрических тензоров. Оператор альтернирования и его свойства. Базис в пространстве кососимметрических тензоров. Приложения алгебры кососимметрических тензоров в доказательстве формулы Бине-Коши, формуле Лапласа. Плюккеровы координаты подпространства.

2.4 Лабораторный практикум , 3 семестр

№ п/п	Номер раздела	Количество часов	Тема практического занятия
1	1	2	Представление симметрического многочлена через элементарные симметрические многочлены
2	1	2	Степенные суммы. Формулы Ньютона. Формула для дискриминанта через степенные суммы.
3.	1	2	Результант и дискриминант
4	1,2	2	Приложение результата и дискриминанта. Решение систем уравнений.
5.	2	2	Преобразование Чирнгаузена.
6	2	2	Конечные поля
7	1-2	2	Контрольная работа
8.	3	2	Элементарные преобразования L-матриц
9.	4	2	Построение жордановой формы матриц и жорданова базиса
10	4	2	Построение жордановой формы матриц и жорданова базиса
11	4	2	Построение жордановой формы матриц и жорданова базиса
12	5	2	Функции от матриц
13	5	2	Функции от матриц
14	3,4,5	2	Контрольная работа
15	5	2	Сопряженный оператор
16	5	2	Самосопряженный оператор
17	5	2	Унитарные и ортогональные операторы
18	5	2	Контрольная работа

2.5 Практические (семинарские) занятия , 4 семестр

№ п/п	Номер раздела	Количество часов	Тема практического занятия
1	1	2	Классификация кривых второго порядка
2	1	2	Классификация кривых второго порядка
3	1	2	Классификация поверхностей второго порядка
4	1	2	Классификация поверхностей второго порядка
5	1	2	Классификация поверхностей второго порядка
6	2	2	Движения на плоскости
7	2	2	Движения в пространстве
8	2	2	Движения в пространстве
9	1-2	2	Контрольная работа
10	3	2	Аффинные пространства
11	3	2	Аффинные пространства
12	3	2	Аффинные пространства
13	4	2	(p,q)-тензоры
14	4	2	Преобразование координат тензора
15	4	2	Операторы в пространстве тензоров
16	4	2	Кососимметрические тензоры
17	3-4	2	Контрольная работа

3. Организация текущего и промежуточного контроля знаний

3.1.Контрольные работы

Тематика контрольных работ	Сроки проведения	Разделы и темы дисциплины
Симметрические многочлены, Степенные суммы, результат и дискриминант, Конечные поля.	Занятие №7 3-го семестра	1-2 разделы 3-го семестра
Жорданов форма матрицы и жорданов базис, Функции от матриц.	Занятие №14 3-го семестра	3,4,5 разделы 3-го семестра
Евклидовы и унитарные пространства, Самосопряженные и ортогональные операторы	Занятие №18 3-го семестра	5 раздел 3-го семестра
Классификация кривых и поверхностей 2-го порядка, классификация движений плоскости и пространства	Занятие №9 4-го семестра	1-2 раздел 4-го семестра
Тензоры	Занятие №17 4-го семестра	3 раздел 4-го семестра

4. Литература

4.1.Основная

1. Кострикин А.И. , Введение в алгебру: Физмат. литература, 2001, (*гриф Минобразования*)
2. Беклемишев Д.В., Линейная алгебра и аналитическая геометрия: М. Физ.-мат. Лит., 2000.
3. Мальцев А.И. *Основы линейной алгебры.* «Лань», 2009
4. Проскуряков И.В., Сборник задач по линейной алгебре: М. Лаборатория Базовых Знаний, 2002.

4.2.Дополнительная

- 1.Фаддеев Д.К., Лекции по высшей алгебре: Наука 1984 (*гриф Минобразования.*)
- 2 Александров П.С., Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Наука 1979 (*гриф Минобразования*).
3. Гельфанд И.М., Лекции по высшей алгебре, Физмат. Литература 1998
4. Ефимов, Линейная алгебра и многомерная геометрия, Физ-мат. литература 1962

4.3.Учебно-методические материалы по дисциплине

1. Панов А.Н. *Задачи по линейной алгебре и геометрии*, Самарский университет 2006, (учебное пособие,100 экз.)
2. Кулагина И.В., Панов А.Н. Методы решения задач по курсу «Линейная алгебра и геометрия», Самарский Университет 2006 (учебное пособие, 100экз)